

DOI: <https://doi.org/10.32838/2523-4803/70-5-18>

УДК 330.45

Климкович І.В.

аспірант,

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка

Klymkovych Ivan

Drohobych State Pedagogical University named after Ivan Franko

ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛЕЙ КАТАСТРОФ ЗБІРКИ ПІД ЧАС ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ БАНКІВСЬКОЇ СИСТЕМИ УКРАЇНИ

У статті запропоновано модель катастрофи збірки на основі статистичних даних функціонування української банківської системи з нормою прибутку на капітал у ролі поведінкової змінної. Розроблена модель катастрофи збірки дає змогу визначити значення таких індикаторів фінансової стійкості, як частка непрацюючих кредитів, співвідношення депозитів та кредитів, норматив достатності капіталу, за яких проявляються такі ознаки фінансової кризи, як катастрофічні стрибки значення потенціальної функції, модальність та гістерезис. Для отримання оцінок параметрів моделі катастрофи збірки, лінійної та логістичної регресій використано щоквартальні статистичні дані діяльності українських банків за 2006–2020 роки. Для розробленої моделі побудовано тривимірну поверхню рівноваги та визначено біфуркаційну множини, на якій можливими є різкі зміни показників діяльності банків.

Ключові слова: катастрофа збірки, теорія катастроф, фінансова стійкість, біфуркаційна множина, поверхня рівноваги, стійка рівновага, нестійка рівновага.

Постановка проблеми. У сучасних умовах для окремого регіону, країни і світової економічної та фінансової системи загалом стають особливо важливими питання безпеки та стійкості, яку слід розуміти

як здатність зберегти певні закономірності розвитку й ключові показники функціонування системи. Сьогодні можна зустріти чимало наукових досліджень, присвячених аналізу кризових явищ у фінансовій та

банківській сферах, в основу яких покладено моделі лінійних регресій, значно рідше нелінійні моделі. Проте вивчення сутності й причин економічних та фінансових криз вимагає використання динамічних моделей. У цьому сенсі застосування теорії катастроф до проблем стійкості є цілком логічним, оскільки катастрофи також є нелінійними динамічними моделями та принципово відрізняються від загальноприйнятих стохастичних моделей. Практика показує, що невеликі та несуттєві зміни прогностичних факторів можуть спричинити різкі зміни індикаторів фінансової стійкості. У цих умовах застосування лінійного підходу серйозно обмежило б дослідження стійкості банківських систем. Ймовірнісні підходи до оцінювання банківських ризиків, формування кредитних портфелів і прогнозування стресових сценаріїв успішно працювали аж до початку 1990-х років. Однак коли на світовому фінансовому ринку стали частими жорсткі кризи та потрясіння, то ймовірнісні моделі виявилися не здатними їх передбачити. Дослідники та аналітики дійшли висновку, що класичні моделі чітко працюють тільки в стабільних умовах і вимагають значної за розміром статистичної бази. Усе це обумовлює потребу розроблення принципово нових підходів до аналізу та прогнозування кризових явищ у національній економіці на основі динамічних моделей, прикладом яких є моделі катастроф.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемам використання теорії катастроф для дослідження потенційних фінансово-економічних кризових явищ у фінансовій та банківській сферах присвячено чимало наукових праць, здебільшого закордонних авторів. У роботі [1] грецькі науковці В. Ангеліс та К. Дімакі представили концепцію іміджу банку як міру його привабливості, розробили відповідну математичну модель на основі катастрофи збірки для оцінювання іміджу банку. Ця модель була реалізована у десяти грецьких банках та дала змогу кількісно оцінити привабливість банківських установ.

У статті Дж. Ванга [2] за допомогою методів Кобба та дискретизації Ейлера побудовано стохастичну модель катастрофи збірки на основі емпіричних даних про ринок житла в різних країнах. Аналіз показав, що дискретизація Ейлера забезпечує кращі короткострокові прогнози, тоді як метод Кобба краще описує довгострокову інваріантну щільність. У статті чеських науковців Д. Баруніка та Д. Кукачка [3] розроблено двохетапну методологію аналізу фондового ринку, яка дає змогу застосувати теорію катастроф до оцінювання прибутковості фондового ринку зі змінною в часі волатильністю та змоделювати потенційний крах фондового ринку. У роботі Д. Скапенса та інших науковців [4] розроблено низку моделей прогнозування фінансових проблем на корпоративному рівні за допомогою різних моделей катастроф.

Серед вітчизняних публікацій, присвячених цій проблематиці, слід виділити роботу О.А. Сергієнка, І.П. Голофаєвої та М.С. Татар [5], у якій запропоновано підхід до аналізу нестійкості основних індикаторів

соціально-економічного розвитку вітчизняної економіки та передбачено реалізацію таких етапів: оцінка динаміки соціально-економічних індикаторів територіального розвитку та ступеня їх взаємозв'язку; побудова моделей катастроф динаміки соціально-економічних індикаторів територіального розвитку; аналіз нестійкості розвитку соціально-економічних систем [5]. Для цього авторами було використано моделі катастроф «вігвам» та «гіперболічна омбїоніка» задля встановлення залежності розміру ВВП від обсягу будівельних робіт, міграційних процесів та природного збільшення населення України.

А.К. Кузьменко у роботі [6] відзначає, що впровадження сучасного інструментарію дослідження динаміки розвитку підприємства з використанням теорії катастроф дасть змогу керівникам визначити стратегію довгострокового розвитку підприємств задля уникнення катастрофічних коливань основних показників його діяльності.

Різні аспекти застосування теорії катастроф для оцінювання стійкості банківських установ та побудови моделей їх стрес-тестування висвітлено також у роботах Б.Ю. Кишакевича [7; 8].

Формулювання цілей статті. Метою статті є аналіз прикладних аспектів застосування теорії катастроф до дослідження стійкості банківських систем та побудова моделі катастроф збірки для аналізу та прогнозування кризових явищ у банківській системі на основі вітчизняної статистичної бази.

Виклад основного матеріалу. Одними з дієвих методів прогнозування поведінки фінансової та банківської систем, аналізу їх стійкості є динамічні моделі, які добре зарекомендували себе в природничих науках. Теорія катастроф – це наука, сформована на межі топології і математичного аналізу, що аналізує поведінку нелінійних динамічних систем за зміни їх керуючих параметрів. Основні положення теорії катастроф були розроблені Р. Томом і К. Зіманом у 1970 році. Свою назву ця теорія отримала на основі ключової ідеї, яка полягає в тому, що втрата стійкості може бути катастрофічною, навіть якщо перехід до іншого її стану або пряму розвитку не призводить до руйнування всієї систем.

Для дослідження стійкості банківської системи України нами було використано катастрофу типу збірки. Детермінована модель катастрофи збірки визначається за допомогою трьох компонентів, а саме двох керуючих факторів x та y , однієї вихідної змінної z . Ця модель визначається динамічною системою на основі диференціальних рівнянь:

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{dV(z; x, y)}{dz}. \quad (1)$$

Потенціальна функція у разі катастрофи збірки матиме такий вигляд:

$$V(z; x, y) = \frac{1}{4}z^4 - \frac{1}{2}z^2y - zx. \quad (2)$$

Для функції V аргумент x називається коефіцієнтом асиметрії або нормального керування, за якого

результат z змінюється асиметрично під час переходу від одного стану до іншого за збільшення x . Параметр u називається біфуркацією або поділом, який викликає поділ та біфуркацію поверхні результату від плавних змін до різких стрибків за збільшення u . Обидва параметри u та x пов'язані для визначення змінної z на тривимірній поверхні відгуку. Стан рівноваги системи або критичні точки у разі катастрофи типу збірки є розв'язаннями кубічного рівняння:

$$-\frac{\partial V(z; x, y)}{\partial z} = -z^3 + zu + x = 0. \quad (3)$$

Поведінкову змінну z зазвичай представляють як лінійну комбінацію змінних Z_1, Z_2, \dots, Z_n , які визначають поведінку системи:

$$z = w_0 + w_1 \cdot Z_1 + w_2 \cdot Z_2 + \dots + w_n \cdot Z_n, \quad (4)$$

де w_1, w_2, \dots, w_n – коефіцієнти поліноміального наближення. Аналогічно фактори x та u також є канонічними змінними, тобто їх можна представити у формі деякої лінійної комбінації фактичних змінних стану системи X_1, X_2, \dots, X_m :

$$x = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X_1 + \alpha_2 \cdot X_2 + \dots + \alpha_m \cdot X_m; \quad (5)$$

$$u = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \dots + \beta_m \cdot X_m. \quad (6)$$

Практичну цінність отриманої моделі збірки можна підтвердити шляхом побудови лінійної регресії, нелінійної регресії на основі логістичної функції (7) і моделей збірки з подальшим порівнянням рівня відповідності цих моделей, а саме шляхом зіставлення значень логарифма правдоподібності, критеріїв χ^2 -квадрату, інформаційного критерія Акаїке (AIC) і байесівського інформаційного критерія (BIC).

$$z = \frac{1}{1 + e^{-x/y^2}} + \varepsilon. \quad (7)$$

До уваги в подальшому брались лише моделі катастроф збірки, які показали менші значення інформаційного критерія Акаїке (AIC), байесівського інформаційного критерія (BIC) та більші значення коефіцієнта детермінації R^2 порівняно з лінійними та логістичними

регресійними моделями з такими ж змінними. Якщо за поведінковий фактор взяти норму прибутку на капітал, то цим критеріям відповідає модель із керуючими факторами:

$$x = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot npl + \alpha_2 \cdot h2; \quad (8)$$

$$u = \beta_0 + \beta_1 \cdot dep, \quad (9)$$

де NPL – частка непрацюючих кредитів по банківській системі України; $h2$ – норматив достатності (адекватності) регулятивного капіталу; dep – співвідношення депозитів клієнтів та сукупних валових кредитів (крім міжбанківських).

Норма прибутку на капітал (рис. 1) є одним із індикаторів фінансової стійкості банківської системи, а її використання як поведінкового параметру є цілком природним, оскільки рентабельність банківського бізнесу є одним із визначальних показників його стійкості перед зовнішніми макроекономічними шоками.

Якщо нормальний фактор представити у вигляді лінійної комбінації проблемних кредитів npl та нормативу достатності капіталу $H2$, а як біфуркаційний фактор взяти відношення депозитів до кредитів dep , то отримана модель катастрофи типу збірки матиме кращі порівняно з лінійною та логістичною регресією показники AIC, BIC та R^2 (табл. 1).

Для отримання оцінок параметрів моделі катастрофи збірки, лінійної та логістичної регресій нами було використано статистичні дані про основні щоквартальні показники діяльності українських банків за 2006–2020 роки. Числова реалізація побудованих моделей проводилась у середовищі програми R за допомогою пакета “cusp”.

З діаграми розкиду цих моделей (рис. 2) легко бачити, що зі збільшенням біфуркаційного параметру u , який визначається співвідношенням депозитів та кредитів по банківському сектору загалом, спостерігається перехід системи у зону стійкої рівноваги. За зменшення u банківська система потрапляє в біфуркаційну зону (затемнена область на рис. 2), у якій можливими є

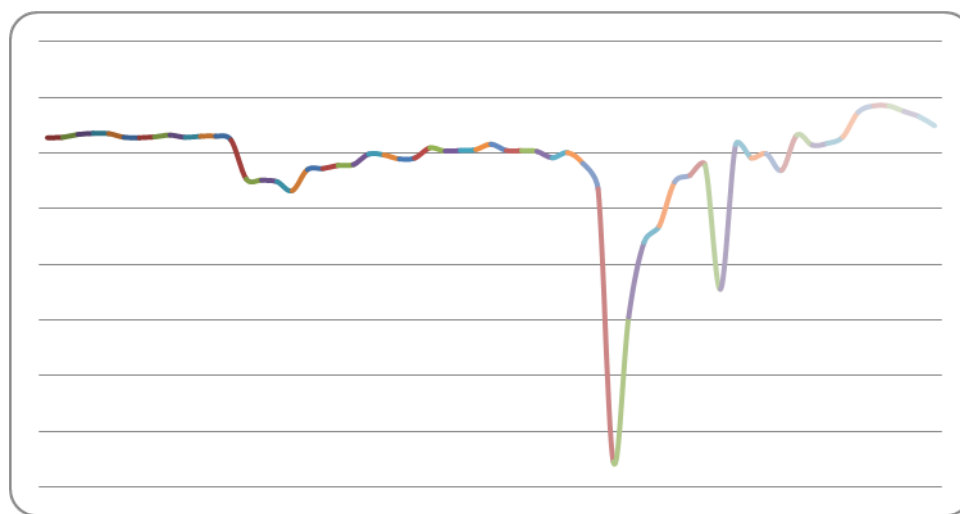


Рис. 1. Динаміка норми прибутку на капітал банківської системи України

Модель катастрофи типу збірки з результиуючим фактором ROE

$(y \sim roe, x \sim npl + h2, y \sim dep)$							
	Est.	P		R ²	logLik	AIC	BIC
a ₀	-2,24	0,082	Лінійна модель	0,43	-295,8	5 601,6	612,06
a[npl]	-0,08	0,003	Логістична функція	0,65	-281,6	6 575,2	587,67
a[h2]	0,58	0,0004	Катастрофа збірки	0,80	-29,3	772,6	87,15
b ₀	-3,18	0,032					
b[dep]	9,014	6,49e-07					
w ₀	2,28	<2e-16					
w[roe]	0,02	<2e-16					

різкі зміни значення поведінкового фактору, представленого нормою прибутку на капітал.

Загалом для банківської системи на основі катастрофи типу збірки можливими є такі види катастроф:

1) модальність (за певного значення керуючих факторів можливими є кілька положень рівноваги, тобто перебування системи в одному з трьох станів);

2) недосяжність (одне з положень рівноваги в системі є недосяжним, адже існує область недосяжних нестійких станів рівноваги, до яких не можна прийти, виходячи з будь-яких стійких станів);

3) катастрофічні скачки (різкий перехід з одного стану рівноваги системи в інший, адже незначні зміни у значеннях керуючих параметрів можуть викликати великі зміни у значеннях змінних стану системи заступенем того, як система перескакує з одного локального мінімуму в інший);

4) гістерезис (перехід з одного стану банківської системи, який визначається часткою непрацюючих кредитів, в інший та повернення назад за різних значень керуючих параметрів);

5) розбіжність (незначна зміна керуючих параметрів приведе до різкої зміни стану системи, адже малі зміни початкових значень керуючих змінних можуть привести до серйозних змін кінцевих значень цих змінних).

Висновки. Розроблена у статті модель катастрофи збірки на основі статистичних даних функціонування української банківської системи дає змогу визначити значення таких індикаторів фінансової стійкості, як

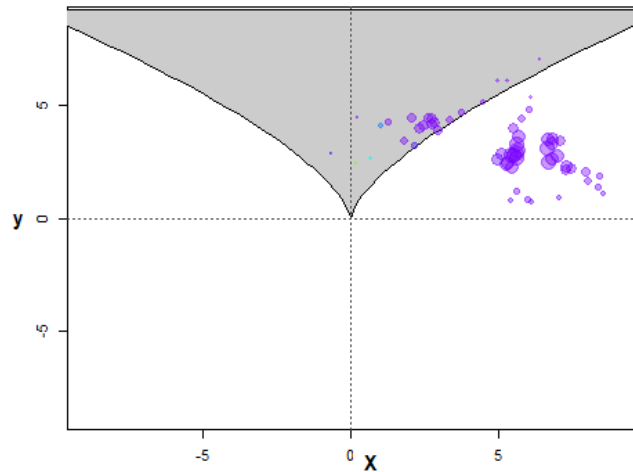


Рис. 2. Діаграма розкиду даних для моделі $(y \sim roe, x \sim npl + h2, y \sim dep)$

частка непрацюючих кредитів, відношення депозитів до кредитів, норматив достатності капіталу, за яких можливими є катастрофічні стрибки значення потенціальної функції, модальність та гістерезис. Таким чином, запропонована модель катастрофи збірки є дієвим інструментом дослідження кризових явищ і запобігання ним у банківській системі України, оскільки вони враховують нелінійність динаміки ключових індикаторів фінансової стійкості. Використання моделей такого типу дає змогу сформуванню гнучку систему превентивних стратегічних заходів на всіх рівнях вітчизняної банківської системи.

Список літератури:

1. Angelis V., Dimaki K. A bank's attractiveness as described by a cusp catastrophe model. *25th European Conference on Operational Research*. Vilnius, July 8–11, 2012. 37 p. URL: https://www.researchgate.net/publication/340941439_A_Bank's_Attractiveness_as_described_by_a_Cusp_Catastrophe_Model
2. Wang J. Can a stochastic cusp catastrophe model explain housing market crashes? *CeNDEF*. 2015. September 5. URL: <https://cendef.uva.nl/binaries/content/assets/subsites/amsterdam-school-of-economics/amsterdam-school-of-economics-research-institute/cendef/working-papers-2015/cusp.pdf>
3. Barunik J., Kuckacka J. Realizing stock market crashes: stochastic cusp catastrophe model of returns under time-varying volatility. *Quantitative Finance*. 2015. Vol. 19:6. P. 959–973. DOI: 10.1080/14697688.2014.950319
4. Scapens R., Ryan R., Fletcher L. Explaining corporate failure: a catastrophe theory approach. *Journal of Business Finance & Accounting*. 1981. Vol. 8. P. 1–26. DOI: 10.1111/j.1468-5957.1981.tb00800.x
5. Sergienko O.A. The Catastrophe Theory as a Conceptual and Methodological Basis for Assessing the Stability of Socio-Economic Systems. *Проблеми економіки*. 2016. № 2. С. 184–193. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Pekon_2016_2_26
6. Кузьменко А.К. Моделирование развития предприятия с использованием теории катастроф. *БІЗНЕС-ІНФОРМ*. 2014. № 9. С. 114–118.

7. Кишакевич Б.Ю. Стрес-тестування кредитного портфеля банку на основі багатофакторних моделей. *Економічний простір* : збірник наукових праць. № 45. Дніпропетровськ : ПДАБА, 2011. С. 161–171.
8. Кишакевич Б.Ю., Климович І.В. Застосування теорії катастроф для моделювання фінансової стійкості банківської системи. *Науковий вісник НЛТУ України*. 2016. Вип. 26.6. С. 312–318.

References:

1. Angelis V., Dimaki K. (2012). A bank's attractiveness as described by a cusp catastrophe model. *25th European Conference on Operational Research*, Vilnius (July 8-11, 2012). 37 p. Available at: https://www.researchgate.net/publication/340941439_A_Bank's_Attractiveness_as_described_by_a_Cusp_Catastrophe_Model
2. Juanxi Wang (2015). Can a stochastic cusp catastrophe model explain housing market crashes? CeNDEF. Available at: <https://cendef.uva.nl/binaries/content/assets/subsites/amsterdam-school-of-economics/amsterdam-school-of-economics-research-institute/cendef/working-papers-2015/cusp.pdf>
3. Barunik J., Kukacka J. (2015). Realizing stock market crashes: stochastic cusp catastrophe model of returns under time-varying volatility. *Quantitative Finance*, 19:6, pp. 959–973. DOI: 10.1080/14697688.2014.950319
4. Scapens R., Ryan R., Fletcher L. (1981). Explaining corporate failure: a catastrophe theory approach. *Journal of Business Finance & Accounting*, vol. 8, pp. 1–26. DOI:10.1111/j.1468-5957.1981.tb00800.x
5. Sergienko O.A. (2016). The Catastrophe Theory as a Conceptual and Methodological Basis for Assessing the Stability of Socio-Economic Systems. *Problemy ekonomiky*, no. 2, pp. 184–193. Available at: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Pekon_2016_2_26
6. Kuzmenko A.K. (2014). Modelirovanie razvitiya predpriyatiya s ispolzovaniem teorii katastrof [Modeling enterprise development using disaster theory]. *BUSINESS-INFORM*, no. 9, pp. 114–118.
7. Kyshakevych B.Y. (2011). Strestestuvannya kreditnoho portvelia банку na osnovi bahatofaktornih modelei [Stress testing of the bank's loan portfolio based on multifactor models]. *Economic space*, no. 45, pp. 161–171.
8. Kyshakevych B.Y., Klymkovych I.V. Zastosuvannya teorii katastrof do modeluvannya finansovoi stijkosti bankivskoi sistemi [Application of catastrophe theory to model the financial stability of the banking system]. *Scientific Bulletin of NLTU of Ukraine*, vol. 26.6, pp. 312–318.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ КАТАСТРОФ СБОРКИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ УСТОЙЧИВОСТИ БАНКОВСКОЙ СИСТЕМЫ УКРАИНЫ

В статье предложена модель катастрофы сборки на основе статистических данных функционирования украинской банковской системы с нормой прибыли на капитал в роли поведенческой переменной. Разработанная модель катастрофы сборки позволяет определить значения таких индикаторов финансовой устойчивости, как доля неработающих кредитов, соотношение депозитов и кредитов, норматив достаточности капитала, при которых проявляются такие признаки финансового кризиса, как катастрофические прыжки значения потенциальной функции, модальность и гистерезис. Для получения оценок параметров модели катастрофы сборки, линейной и логистической регрессий использованы поквартальные статистические данные деятельности украинских банков за 2006–2020 годы. Для разработанной модели построена трехмерная поверхность равновесия и определено бифуркационное множество, на котором возможны резкие изменения показателей деятельности банков.

Ключевые слова: катастрофа сборки, теория катастроф, финансовая устойчивость, бифуркационное множество, поверхность равновесия, устойчивое равновесие, неустойчивое равновесие.

THE USAGE OF CUSP CATASTROPHE MODEL FOR THE ANALYSIS OF THE BANKING SYSTEM STABILITY IN UKRAINE

To analyze the stability of the banking system of Ukraine a cusp catastrophe model was used. This type of catastrophe model is determined by mean of three factors: two control factors x and y and one behavior variable z . A cusp catastrophe model was developed on the base of statistical data on the Ukrainian banking system with the rate of return on capital as a behavior variable. The developed cusp catastrophe model makes it possible to determine the value of such indicators of financial stability as the share of non-performing loans, the ratio of deposits to loans and the capital adequacy ratio at which catastrophic jumps in the value of the potential function, modality and hysteresis are possible. To obtain estimates of the parameters for the cusp catastrophe model, linear and logistic regressions, quarterly statistical data of the Ukrainian banks activities for the period from 2006 to 2020 were used. To assess the parameters of the constructed models the cusp package in the R program environment was carried out. Only cusp catastrophe model were taken into account, which demonstrated lower values of the Akaike information criterion (AIC), Bayesian information criterion (BIC), and with higher values of the determination coefficient R^2 compared to the linear and logistic regression models with the same variables. The normal factor was obtained as a linear combination of problem loans and capital adequacy ratio. The ratio of deposits to loans was taken as a bifurcation factor. The constructed cusp catastrophe model has better indicators of the Akaike information criterion (AIC) and Bayesian information criterion (BIC) and R^2 than the linear and logistic regression, indicating the feasibility of its practical application in the banking business. For the developed model, a three-dimensional equilibrium surface was constructed and a bifurcation set was determined at which sharp changes in the performance of banks are possible. The proposed cusp catastrophe model takes into account the nonlinearity of the dynamics of key indicators of financial stability and is an effective tool for preventing crisis events in the banking system of Ukraine.

Key words: assembly disaster, catastrophe theory, financial stability, bifurcation set, equilibrium surface, stable equilibrium, unstable equilibrium.